

DAUERFESTIGKEITSNACHWEIS FÜR GEKERBTE BAUTEILE MIT IMPERFEKTIONEN UNTER ANWENDUNG BRUCHMECHANISCHER SCHWELLENWERTE

H.J. Schindler
Mat-Tec AG, Winterthur, Schweiz

Zusammenfassung: Im Maschinenbau kommt es immer wieder vor, dass an kritischen Stellen wie Kerben oder Wellenabsätzen die Kerb- oder Übergangsradien ungenau gefertigt sind, oder dass dort zusätzliche Beschädigungen wie Kratzer oder Korrosionsschäden vorliegen. In solchen Fällen ist ein Lebensdauernachweis nach der klassischen Ermüdungstheorie ungenau, so dass mit grossen Sicherheitsfaktoren gerechnet werden muss. Ein bruchmechanischer Nachweis stellt in solchen Fällen eine sinnvolle Alternative dar. Der experimentell und theoretisch gut gesicherte Schwellenwert der Ermüdungsrissausbreitung erlaubt oft die Berechnung zuverlässiger unterer Grenzen der Dauerfestigkeit. Auch die Phase der Risseinleitung lässt sich mit Hilfe bruchmechanischer Modelle konservativ berechnen. Anhand von Beispielen wird ein praxistaugliches Vorgehen gezeigt.

Schlagworte: Dauerfestigkeit, Schwellenwert, Kerbe, Spannungskonzentration, Ermüdung,

FATIGUE ANALYSIS OF STRUCTURAL PARTS CONTAINING NOTCHES WITH IMPERFECTIONS BY MEANS OF THRESHOLDS ACCORDING TO FRACTURE MECHANICS

Abstract: In design of machinery parts there often are situations where stress-concentrations like notches or corners are poorly defined, or that local damage due to corrosion or mechanical contacts can not be excluded. In such cases the accuracy of a classical fatigue analysis is rather poor. Correspondingly, rather high safety factors have to be used. In such cases a crack growth analysis according to fracture mechanics is much better suited to give reliable and adequately conservative results. The threshold of fatigue crack growth is a well known material parameter which should be made use of in fatigue design. On this basis it is possible to show endurance behaviour of a structure even under the most unfavourable circumstances. A practical procedure to perform such an analysis is proposed and explained by means of illustrative and practical examples.

Key Words: Endurance, Threshold, Notch, stress concentration, fatigue.

1 Einleitung

Ermüdungsrisse unter zyklischer Belastung entstehen vor allem bei lokalen Spannungskonzentrationen wie Kerben und anderen geometrischen Unregelmässigkeiten, bei Schweissnähten

oder andern konzentrierte Krafteinleitungen. Solche Stellen sind im Allgemeinen für das Dauerfestigkeitsverhalten des Bauteils massgebend. Ein Dauerfestigkeitsnachweis für Bauteile mit Spannungskonzentrationen wird üblicherweise entweder aufgrund der Nominalspannungen oder der lokalen Spannungen unter Berücksichtigung der Kerbwirkungszahl durchgeführt. Beide Vorgehensweisen sind mit relativ grossen Unsicherheiten verbunden, namentlich wenn zusätzliche erschwerende Faktoren wie Eigenspannungen, Reibung, unbekannte oder unregelmässig gefertigte Kerbradien beispielsweise wegen defekter Werkzeuge vorliegen. Deshalb sind entsprechend hohe Sicherheitsfaktoren erforderlich.

Eine alternative, theoretisch besser abgestützte Nachweismethode, die sich in Gegenwart lokaler Spannungsspitzen anbietet, ist eine bruchmechanische Analyse. Im Sinn einer "Worst-Case"- Betrachtung wird hierbei angenommen, dass an den fraglichen Stellen bereits ein Riss von einem repräsentativen Ausmass vorliegt. Damit werden die meisten der oben genannten Unsicherheiten abgedeckt.

Im Maschinenbau ist oft eine unbeschränkte Lebensdauer der betrachteten Teile gefordert, so dass sich der Ermüdungsnachweis auf einen Dauerfestigkeitsnachweis beschränken kann. Dieser kann erbracht werden, indem gezeigt wird, dass ein an den potentiell kritischen Stellen hypothetisch vorhandener Riss unter den Betriebslasten stationär bleibt. Das bruchmechanische Prinzip ist dabei relativ einfach – es geht darum, zu zeigen, dass die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors des hypothetischen Risses kleiner ist als der Schwellenwert der Ermüdungsrissausbreitung. Im Detail ist ein solcher Nachweis aber oft mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden. Es geht um Fragen der Modellbildung zur Berechnung der benötigten Parameter, und der Bestimmung der benötigten Materialeigenschaften. Je nach gewünschter Genauigkeit kann dies einen erheblichen Aufwand bedeuten. Es ist deshalb immer sinnvoll, den Nachweis zuerst mit möglichst einfachen, konservativen Modellen zu erbringen zu versuchen. Erst wenn dieser scheitert, ist ein Abbau der Konservativität durch stufenweise Verfeinerung vorzunehmen.

Im vorliegenden Bericht wird eine relativ einfache, bruchmechanische abgestützte Methode für konservative Ermüdungs- oder Dauerfestigkeitsnachweise vorgeschlagen. Der Vorteil besteht darin, dass er keine Annahmen für Anfangsrisslängen und praktisch keine Ermüdungsdaten erfordert. Das Vorgehen wird zuerst anhand eines illustrativen Beispiels erläutert. Anschließend werden Beispiele aus der Praxis gezeigt.

2 Vereinfachter bruchmechanischen Dauerfestigkeitsnachweises.

2.1 Konzept

Wie allgemein bekannt kann ein Ermüdungsriss nicht wachsen, wenn die durch den Spannungsintensitätsfaktor (SIF) K_I ausgedrückte Schwingbreite der Rissbeanspruchung

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \quad (1)$$

(wobei K_{\max} und K_{\min} den maximalen bzw. den minimalen Spannungsintensitätsfaktor eines Lastzyklus' bezeichnen) die Bedingung

$$\Delta K < \Delta K_{\text{th}}(R) \quad (2)$$

erfüllt, wobei ΔK_{th} den Schwellenwert des Risswachstums bezeichnet. ΔK_{th} ist ein Materialkennwert, der namentlich vom sogenannten Spannungsverhältnis

$$R = K_{\min} / K_{\max} \quad (3)$$

abhängt. Für $K_{\min} < 0$ darf im Rahmen der hier vorgeschlagenen vereinfachten Analyse $K_{\min} = 0$ gesetzt werden.

Der Dauerfestigkeitsnachweis besteht somit darin, zu zeigen, dass für den massgebenden Riss unter dem massgebenden Lastfall das Kriterium 2 erfüllt ist. Zur Bestimmung der involvierten Parameter – systemseitig die Schwingbreite ΔK und materialseitig der Schwellenwert $\Delta K_{\text{th}}(R)$ - sind in der Praxis im Allgemeinen Vereinfachungen nötig, z.B. die eine Abstraktion des Systems in 2D. Entscheidend ist, diese Vereinfachungen so zu wählen, dass sie bei einer angemessenen Genauigkeit nachweisbar konservativ sind. Im Folgenden wird eine solche Möglichkeit vorgeschlagen.

2.2 Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors

Der generelle Verlauf des SIF eines von einer Kerbe ausgehenden Risses ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. Er hängt nicht nur von der Risslänge und der Belastung, sondern auch von der Kerbgeometrie und vom Kerbradius ab. Wie gezeigt streben die K_I -Werte mit zunehmendem a gegen eine von der globalen Kerbgeometrie und Spannung abhängigen Grenzkurve (gestrichelte Linie), wobei diese mit abnehmendem Kerbradius früher (d.h. bei kleinerem a) erreicht wird. Wenn der Kerbradius ungenau definiert ist - wie beispielsweise im Fall von Schweissnähten, ungenauer Herstellung, mechanischen Schäden oder Materialfehlstellen im Bereich der Kerbe - empfiehlt es sich, den Fall für $\rho=0$ als konservativer Grenzfall zu betrachten. Dieser deckt alle erwähnte Fehler ab.

Ein genereller charakteristischer SIF ist der Wert K_{10} , den man aus dem Verlauf von $K_I(a, \rho=0)$ durch Extrapolation auf $a=0$ erhält (Fig. 1). Wird das Kriterium (2) mit K_{10} erfüllt, d.h. ist $\Delta K_{10} < \Delta K_{\text{th}}$ ist die Dauerfestigkeit für jegliche Kerbgeometrie erfüllt.

Extrapolationen hängen immer auch etwas von der Wahl des gewählten Ausgangsbereichs der Kurve ab. Um diesen Einfluss zu minimieren und einen hinreichend gut definierten K_{10} -Wert zu erhalten wird vorgeschlagen, an die Kurve $K_I^2(a)$, die im Allgemeinen eine konkave (nach unten gebogene) Form aufweist, eine Tangente mit der Steigung

$$s = 3.94 \cdot s_{ref} \quad (4)$$

zu legen, wobei σ_{ref} die globale, durchschnittliche Spannung im Bereich der Kerbe bezeichnet. Der Schnittpunkt mit der Achse $a=0$ stellt K_{10}^2 dar. Dieses Vorgehen ist damit zu begründen, dass die obere Umhüllende (gestrichelte Linie in Fig. 1) näherungsweise von der Form

$$K_{max} = 1.1 \cdot 2 \cdot s_{ref} \cdot \sqrt{p \cdot (a + a_0)} \quad (5)$$

ist, wobei a_0 die äquivalente Risstiefe bezeichnet, die in vielen Fällen – wie in Fig. 1 angedeutet – etwa der Kerbtiefe a_n entspricht.

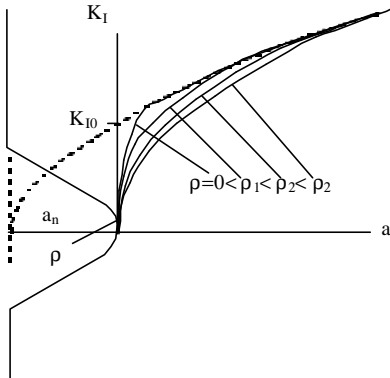


Fig. 1: Schematisches Verhalten von K_I eines von einer Kerbe mit Radius r ausgehenden Risses in Abhängigkeit der Risslänge, und Definition von K_{10} .

2.3. Untere Grenze des Schwellenwerts

Falls für das betrachtete Material keine direkt experimentell bestimmten da/dN -Werte vorliegen, kann der Schwellenwert aufgrund der in [1, 2] erläuterten Zusammenhänge abgeschätzt werden, nämlich:

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th/int} \frac{1-R}{1-C_{op}} \quad \text{für } R < C_{op} \quad (6a)$$

$$DK_{th} = DK_{th/int} \quad \text{für } R > C_{op} \quad (6b)$$

C_{op} ist gemäss [1] der R-Wert im Moment der Überwindung der Schliessspannungen und lässt sich als

$$C_{op} = C_{op/pl} \gg R_p / (R_m + R_p) \quad (7)$$

abschätzen. Der intrinsische Schwellenwert $\Delta K_{th/int}$ ist in erster Näherung dem E-Modul des Materials proportional [3, 4]. Die zahlreichen Daten aus der Literatur weisen auf folgenden empirischen Zusammenhang hin:

$$\Delta K_{th/int} = 4.4 \cdot 10^{-4} \cdot E \cdot \text{mm}^{0.5} \quad (8)$$

Die nach (6a) berechneten Schwellenwerte sind im Allgemeinen namentlich für $R < 0.5$ sehr konservativ, da $C_{op/pl}$ nur den minimalen, plastizitätsinhärenten Teil der Abschirmeffekte darstellt, und die weiteren Komponenten wie korrosions- oder rauigkeitsinduzierte Risschließung unberücksichtigt bleiben. Zur Vermeidung von Überkonservativitäten ist deshalb zu empfehlen, wenn möglich direkt experimentell bestimmte Schwellenwerte zu verwenden.

Beim Vorliegen unbekannter und möglicherweise ungünstiger Eigenspannungszustände wie z.B. bei Schweißnähten ist konservativerweise der Fall $R > C_{op}$ anzunehmen.

2.3 Illustratives Beispiel

Zur Erläuterung des oben beschriebenen Vorgehens wird als Beispiel der in Fig. 2 gezeigte Fall einer Nut betrachtet werden, die durch eine zyklische Pressung $p=100$ MPa auf die Stirnseiten belastet ist. In den beiden Ecken liege ein Übergangsradius ρ vor. Fig. 3 zeigt den mit der Boundary-Elemente-Methode (BEM) berechnete Verlauf des SIF für $\rho = 1\text{mm}$ und für $\rho=0$. Daraus ist ersichtlich, dass der Kerbradius den Verlauf von $K_I(a)$ nicht wesentlich beeinflusst. Um auf der sicheren Seite zu liegen, muss die Rissrichtung gesucht werden, die den maximalen SIF ergibt. Diese ist im Allgemeinen nicht die Richtung senkrecht zur Beanspruchung. Im gezeigten Beispiel ist der SIF für eine Rissrichtung von rund 30° maximal und damit für den Dauerfestigkeitsnachweis massgebend. Fig. 4 zeigt den Verlauf von K_I^2 und die Tangente mit der Steigung s gemäss (4) mit $\sigma_{ref}=100$ MPa. Daraus ergibt sich ein extrapoliertes Wert von $K_{I0}=615 \text{ N/mm}^{3/2}$.

Beispielsweise für einen Stahl mit $R_p=3R_m/4$, findet man aus (7) für $R=0$ einen Schwellenwert von $\Delta K_{th}(R=0)=162 \text{ N/mm}^{1.5}$. Für diesen Fall ist somit eine Druck-Schwellbelastung bis zu $p=26.3$ MPa auch bei ungünstigster Ausbildung der Ecke für eine Rissausbreitung unproblematisch.

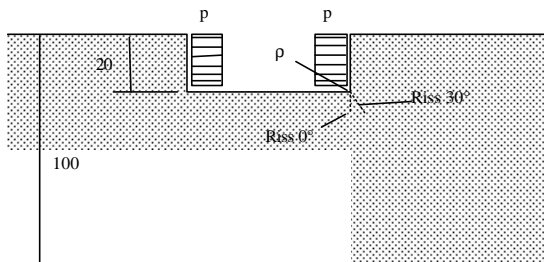


Fig. 2: Nut mit Übergangsradius r in einer Platte unter Flankendruck p und betrachtete Risse

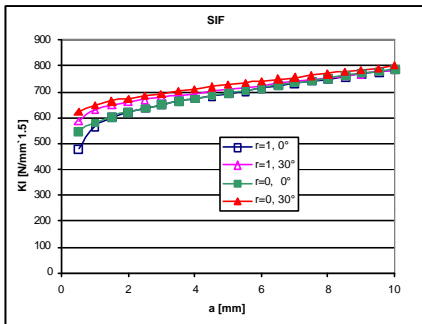


Fig. 3: Verlauf des SIF der in Fig. 2 gezeigten Risse für Übergangsradius $r=1\text{mm}$ und $r=0$ ($r=r$)

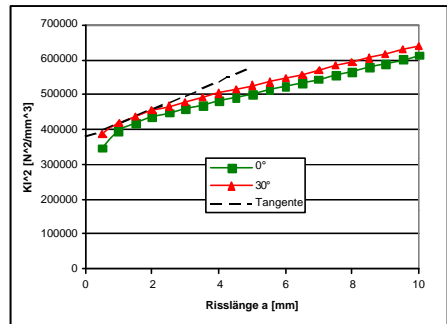


Fig. 4: Diagramm $K_I^2(a)$ aus Fig. 3 zur Bestimmung von K_{I0} durch lineare Extrapolation

3 Rissinitiierung bei gut definierten Kerbradien

Bei größeren, gut definierten Kerbradien ist eine Betrachtung des Risswachstums unter der Annahme $\rho=0$ möglicherweise zu konservativ, da die Kerbspannung nicht genügt, um einen Riss überhaupt zu initiieren. Um dies nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass die lokale Spannungs- bzw. Dehnungsamplituden unterhalb der Dauerfestigkeit des Materials, die aus Wöhler- oder Smith-Diagrammen einer glatten Probe zu entnehmen ist, liegt.

Auch zur Berechnung der Kerbspannung kann die oben gezeigte Berechnung von K_{I0} verwendet werden, was oft einfacher ist als die direkte Spannungsberechnung an der Kerbe mittels FEM- oder BEM-Modelle, da die genaue Kerbform nicht modelliert werden muss. Es ist bekannt und beispielsweise aus dem Vergleich des Kerbfaktors eines elliptischen Innenrisses mit dem SIF eines entsprechenden Innenrisses unmittelbar ersichtlich, dass im Fall eines „Risses“ mit endlichem Kerbradius ρ zwischen der lokalen Spannung und dem SIF die maximale Kerbspannung σ_K aus

$$s_K = \frac{2K_I}{\sqrt{\rho \cdot r}} \quad (9)$$

berechnet werden kann, wobei K_I den SIF des äquivalenten Risses bezeichnet. Der gleiche Zusammenhang kann auch zur Abschätzung der lokalen Spannungen bei beliebig geformten Kerben verwendet werden, beispielsweise für die in Abschnitt 2.2 betrachtete einspringende Ecke einer Nut. Für dieses Beispiel erhält man aus (9) mit $K_I=K_{I0}$ eine maximale Kerbspannung von $\sigma_K=694\text{MPa}$. Zum Vergleich ist Fig. 5 der mit der BEM-Methode berechnete Spannungsverlauf über die Kerboberfläche gezeigt. Das Maximum beträgt 701 MPa und liegt

bei einem Winkel von etwa 35° , was ungefähr der in Fig. 2 gezeigten, angenommenen Rissrichtung entspricht. Die Übereinstimmung mit der Abschätzung aus K_{I0} mittels (9) ist erstaunlich gut.

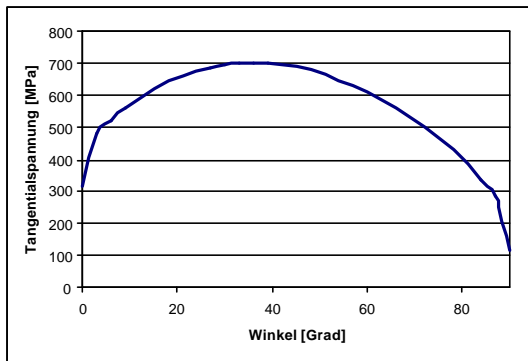


Fig. 5: Numerisch berechneter Verlauf der Tangentialspannungen am Kerbradius des in Fig. 2 gezeigten Beispiels für $p=100$ MPa als Funktion des Ortes (gegeben durch Winkel aus der Vertikalen).

4 Beispiele aus der Praxis

Im Folgenden werden zwei Beispiele aus der Praxis gezeigt, die mit der beschriebenen Methode behandelt werden konnten. Da es sich um Auftragsarbeiten handelte, werden die Systeme nur soweit beschrieben, als es zum Verständnis nötig ist, und auf die Angabe quantitativer Werte wird verzichtet.

4.1 Welle mit Querschnittsabstufung

Fig. 6 zeigt eine Welle mit zwei Querschnittsabstufungen und einer aufgeschumpften Scheibe. Die Beanspruchung besteht in einem räumlich festen, bei einer Rotation der Welle also umlaufenden Biegemoment M_B . Die Stelle B ist die kritischste und damit massgebende, da hier der Querschnittübergang mit kleinem, undefiniertem Übergangsradius beim kleinsten Durchmesser d_{Ni} vorliegt. Die Entstehung eines Risses könnte allenfalls durch Reibermüdung infolge des Schrumpfsitzes noch begünstigt werden.

Ein von Stelle B ausgehender, in radialer Richtung wachsender, umlaufender Riss der Länge a wird als charakteristisch betrachtet (Fig. 5). Bei perfektem Schrumpfsitz der Scheibe lässt sich dieser Riss als umlaufender Randriss der Tiefe $(d_w - d_{Ni})/2 + a$ in einer Welle mit dem Durchmesser d_w betrachten. Dieser weist gemäss Ref. [5] folgenden SIF auf:

$$K_{\max} = -K_{\min} = \frac{3M_B}{2p \cdot \left(\frac{d_{Ni}}{2} - a\right)^3} \cdot \sqrt{p \cdot \left(\frac{d_{Ni}}{2} - a\right)} \quad (10)$$

Den in Fig. 1 definierten Grenzwert K_{I0} erhält man daraus als Grenzübergang für $a = 0$, nämlich

$$K_{I0} = 6M_B \cdot \sqrt{\frac{2}{p \cdot d_{Ni}^5}} \quad (11)$$

Da es sich um eine Wechselbelastung handelt, ist $\Delta K = K_{\max}$ und $R=0$ zu setzen. Für einen Stahl mit $R_p = 3R_m/4$, findet man damit aus (7) für einen Schwellenwert von $\Delta K_{th}(R=0) = 162 \text{ N/mm}^{1.5}$. Das maximale Moment M_B für unbegrenzte Lebensdauer erhält man damit aus (11) zu

$$M_B = \frac{\Delta K_{th}}{6} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot d_{Ni}^5}{2}} \quad (12)$$

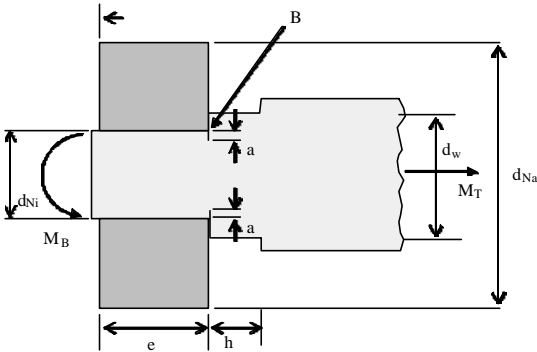


Fig. 5: Welle mit verschiedenen Querschnittsübergängen unter einem räumlich festen Biegemoment M_B , mit aufgeschraubter Scheibe.

4.2 Schneckengetriebe

An einem Schneckengetriebe wurden sowohl an der Schneckenwelle als auch am Schneckenrad einzelne Anrisse entdeckt. Zumeist handelte es sich um Stellen, wo der Soll-Radius am Zahnfuß unterschritten wurde. Es ging deshalb um einen Nachweis, dass ein allfälliger Anriss nicht wachstumsfähig ist. Fig. 6 zeigt im Schnitt die Schneckenwelle und einen Teil des Rads. Die schraffierte Fläche stellt die Kontaktfläche dar, auf der die Getriebekraft übertragen wird und aus der sich die Flächenpressung p berechnen lässt. Aufgrund dieser Pressung wurde die Rissbeanspruchung eines Risses am Zahnfuß der Schneckenwelle in einem 2D-Modell berechnet. Fig. 6B zeigt den Lastanteil, der auf die schraffierte 2D-Scheibe wirkt. Dieses Modell

ist in Fig. 7 gezeigt, wo auch der berechnete Rissweg eingezeichnet ist. Der Verlauf von K_I dieses Risses in Abhängigkeit der Risslänge ist in Fig. 8 gezeigt.

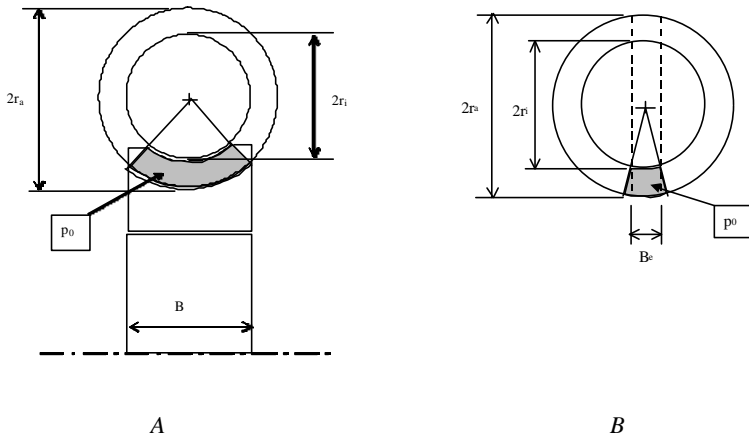


Fig. 6: A: Schnitt durch Schneckenrad und Schneckenwelle; Ermittlung des mittleren Pressdrucks p_0 ;
 B: Bestimmung des auf das 2D-Modelle (Scheibe der Dicke B_e) der Schneckenwelle wirkenden Lastanteils

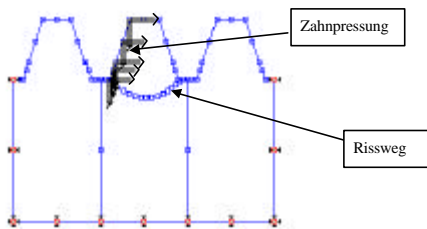


Fig. 7: 2D-Modell der Schneckenwelle mit berechnetem Rissweg

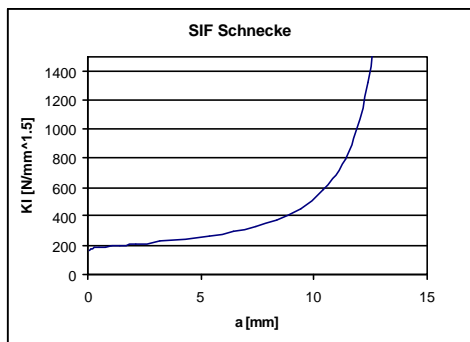


Fig. 8: Berechneter Verlauf von K_I für den in Fig. 7 gezeigten Riss

Durch die in Abschnitt 2.1 erläuterte Extrapolation lässt sich K_{I0} ermitteln. Man findet einen Wert von rund $K_{I0} = 190 \text{ N/mm}^{1.5}$. Dieser Wert lag im Bereich des Schwellenwerts des verwendeten Stahls, was das Auftreten der beobachteten Risse erklärte.

5 Schlussfolgerungen

Auf bruchmechanischen Lebensdauerberechnungen basierende Zusammenhänge lassen sich auch zur überschlägigen Berechnungen der Dauerfestigkeit von Bauteilen mit Spannungskonzentrationen heranziehen. Es gibt dabei verschiedene Wege, wie solche Vereinfachungen zu erzielen sind. Ein mögliches Vorgehen wurde im vorliegenden Bericht gezeigt und mit Beispielen erläutert.

Im Unterschied zu den üblichen bruchmechanischen Lebensdauerberechnungen kommt man bei der vorgeschlagenen Methode einerseits ohne die immer etwas problematischen weil letztlich willkürlichen Annahmen der Anfangsrislänge aus, und andererseits benötigt man keine direkt experimentell ermittelten Schwellenwerte. Dieses Nachweisverfahren lässt sich somit praktisch immer anwenden und liefert in jedem Fall konservative Ergebnisse. Namentlich muss die Geometrie der Kerbe oder Spannungskonzentration nicht im Detail bekannt sein, da der angenommene Riss solche Unterschiede überdeckt, indem er seiner Natur gemäss den ungünstigsten Fall darstellt. Damit ist dieses Verfahren namentlich für Dauerfestigkeitsnachweise von Schweissverbindungen geeignet und bietet sich in all jenen Fällen an, wo die benötigten Ermüdungskennwerte des Materials fehlen.

6 Literatur

- [1] H.J. Schindler, "Charakterisierung und Abschätzung des Ermüdungsrisshaltens im Bereich des Schwellenwerts", 31. Tagung des DVM-AK Bruchvorgänge, DVM-Bericht 231, pp. 121-130, 1999
- [2] H.J. Schindler, "On the significance of crack tip shielding in fatigue threshold - theoretical relations and experimental implications", ASTM STP 1372, 2000, 46 – 62
- [3] F.O. Riemelmoser and R. Pippin, "The mechanics of moderately stressed cracks", ASTM STP 1372, 2000, 252-265
- [4] P.K. Liaw, et al., Acta Metallica, Vol. 31, 1983, 1581-1587
- [5] H. Tada, et al., The Stress Analysis of Cracks Handbook, Del Research Corp., Hellertown, PA., 1973